Title	連續幾何學トZornノ補題
Author(s)	前田, 文友
Citation	全国紙上数学談話会. 236 p.1056-p.1058
Issue Date	1942-05-25
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74979
rights	
Note	

1047. 連續幾何學トZornノ補題

前田　文友（廣島大理大）

J. v. Neumann ノ連續幾何學ニ於テハ超限歸納法ガ屢々用ヒラレ，シカモ相似タ方法ガ繰リ返ヘサレテ煩ハシイ所ガアル．モシ超限歸納法ノ代リニZornノ補題ヲ用ヒタナラバ便利デアルダラウ．（Zornノ補題ニツイテハ，中山正氏位相數學4—1号50—52頁参照）．シカルニ連續幾何學ノ公理ソノモノニ，スデニ超限順序數ヲ用ヒテ居ル．即チ（可約）連續幾何學 L トハ補模完全束デ次ノ公理ヲ満足スルモノデアル．

(A_1) Ω ヲ任意ノ超限順序數トスル．$\alpha \leqq \beta < \Omega$ ニ対シ $a_\alpha \geqq a_\beta$ デアルトキハ

$$\wedge(b \vee a_\alpha ; \alpha < \Omega) = b \vee \wedge(a_\alpha ; \alpha < \Omega)$$

デアル。

(A_2) (A_1)ニ双對的ナルモノ。

Zornノ補題ヲ用ヒルタメニ，コノ公理(A_1), (A_2)ヲ超限順序數ヲ用ヒナイモノニ置キ換ヘルコトヲ試ミテ見タ。即チ(A_1), (A_2)ハ次ノ(B_1), (B_2)ト同義デアル。

(B_1) SヲLノ任意ノ部分集合トスル。モシSノスベテノ有限部分集合S_0ニ對シテ

$$\bigwedge(b\vee a;\ a\in S_0)=b\vee\bigwedge(a;\ a\in S_0) \qquad (1)$$

ガ成立スルトキハ

$$\bigwedge(b\vee a;\ a\in S)=b\vee\bigwedge(a;\ a\in S) \qquad (2)$$

デアル。

(B_2) (B_1)ニ双對的ナルモノ。

$(B_1)\longrightarrow(A_1)$ハ簡單ニ云ヘル。$\alpha\leqq\beta<\Omega$ニ対シ$a_\alpha\geqq a_\beta$ナルガ如キ集合$S=(a_\alpha;\ \alpha<\Omega)$ヲ考ヘルトキハ，$S$ノスベテノ有限部分集合$S_0$ニ對シテ(1)ガ成立スル。従テ(2)ガ成立スル。故ニ(A_1)ガ成立スル。

次ニ$(A_1)\longrightarrow(B_1)$ヲ証明スル。モシ$L$ノ部分集合$S$ノ中，(1)ガ成立スルノニ(2)ガ成立セザルガ如キモノアルトキハ，カヽルSノ中ニテ最小ノ濃度$\aleph'$ヲ有スルガ如キ集合K_0ガ存在スル。假定ニヨリK_0ハ有限集合デハナイ。濃度ガ$\aleph'$ナルガ如キ最小ノ順序數ヲΩトスルトキハΩハ極限順序數デアッテ，K_0ハ$(a_\alpha;\ \alpha<\Omega)$ノ如クアラハサレ得ル。従ッテ$\gamma<\Omega$ナルトキハ

$$\bigwedge(b\vee a_\alpha;\ \alpha<\gamma)=b\vee\bigwedge(a_\alpha;\ \alpha<\gamma)$$

故ニ $\quad \bigwedge(b \vee a_\alpha;\ \alpha < \Omega) = \bigwedge\{b \vee \bigwedge(a_\alpha;\ \alpha < \gamma);\ \gamma < \Omega\}$

然ルニ $\gamma_1 \leqq \gamma_2 < \Omega$ ナルトキハ $\bigwedge(a_\alpha;\ \alpha < \gamma_1) \geqq \bigwedge(a_\alpha;\ \alpha < \gamma_2)$ デアルカラ (A_1) ヨリ

$$\bigwedge(b \vee a_\alpha;\ \alpha < \Omega) = b \vee \bigwedge(a_\alpha;\ \alpha < \Omega)$$

即チ K_Ω ニ於テモ (2) ガ成立スルコトニナッテ不合理デアル.

故ニ (B_1) ガ成立スル。

従ッテ連續幾何學ヲ論ズル場合ニ始メカラ (B_1), (B_2) ヲ公理トシテ置イテ, 後ハ Zorn ノ補題ヲ用ヒテ行ケバ, 超限歸納ヲ用ヒナイカラ幾分簡單ニナッテ來ル.